

Finalprov Astronomiolympiaden Junior 2024 (med lösningsförslag)

Astronomisk Ungdoms Astronomiolympiadgrupp

3 Juni 2024
kl 10:00 till 12:00

Detta är finalprovet för den svenska Astronomiolympiaden Junior 2024. De 2 personer med högst poäng kommer erbjudas plats i det svenska laget i *International Olympiad on Astronomy & Astrophysics Jr (IOAA Jr)* i Nepal, i oktober.

Lycka till!

Namn | _____

Provet börjar på nästa sida. Vänd ej på provet förrän klockan slår 10:00. Sluta skriva omedelbart när klockan slår 12:00.

Provet har totalt 12 frågor, 9 kortare frågor värda 2p per fråga och 3 längre värda 6p per fråga. Till *alla* frågor förväntas ett utförligt svar med motivation för full poäng. Även delvis korrekt lösning ger delvis poäng.

Tillåtna verktyg:

Skrivdon, kladdpapper, **ej symbolhanterande räknare**, **ingen egen formelsamling** (förutom sista sidan av provbladet).

Jag har svarat på följande frågor (kryssa i):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Svaret mailas efter det skrivs till astronomiolympiaden@astronomiskungdom.se senast 4 juni 2024

Korta frågor (2p)

1. Stora äldre stjärnor

Kommer stjärnor mycket tyngre än solen leva längre eller kortare på huvudserien och vad händer när de dör?

Lösning 1.

Stjärnor mycket tyngre än solen $M > 3M_{\odot}$ har kortare livslängd eftersom de bränner sitt bränsle snabbare. När de dör skapas en supernova och en rest i form av en neutronstjärna eller ett svart hål.

2. Omloppsbanor

Det finns en omlopps bana som kallas GEO (Geostationary Orbit) där man kan sätta en satellit så att den alltid är över samma punkt på ekvatorn. Kring jorden är den omloppsbanan 42 164 km från jordens centrum, och följer alltså med jorden i sin rotation fast uppe i rymden. Om jorden snurrade dubbelt så snabbt, skulle GEO ligga högre eller lägre?

Lösning 2.

GEO skulle ligga lägre om jorden snurrade snabbare eftersom omloppsbanor med lägre altitud har kortare period. Detta fås ur Keplers tredje lag.

3. Kosmiska avstånd

Supernovor av typ 1a uppstår när vita dvärgar samlar på sig massa tills de överskrider Chandrasekhargränsen på 1,44 solmassor. Eftersom supernovorna alltid inträffar vid samma massa kommer de alltid ha samma absoluta magnitud: -21,5. Vi observerar en sådan supernova med den apparenta magnituden +7,5 i M101 (Pinwheel Galaxy). Hur långt borta är M101?

Lösning 3.

Vi använder avståndsmodulen för att bryta ut avståndet till galaxen:

$$m - M = 5 \lg \frac{d}{10 \text{ pc}} \iff d = 10 \text{ pc} \cdot 10^{\frac{m-M}{5}} = 10 \text{ pc} \cdot 10^{\frac{7,5 - (-21,5)}{5}} = 6,3 \text{ Mpc}.$$

Alltså får vi att avståndet blir 6,3 Mpc.

4. Midsommar på Pluto

Utomjordingarna på Plutos norra halvklot har just kommit på midsommar, och startar en tradition för att fira dagen. Midsommar på Plutos norra halvklot infaller när himlakroppen är på en specifik plats i sin bana runt solen. Hur ofta firar utomjordingarna midsommar?

Lösning 4.

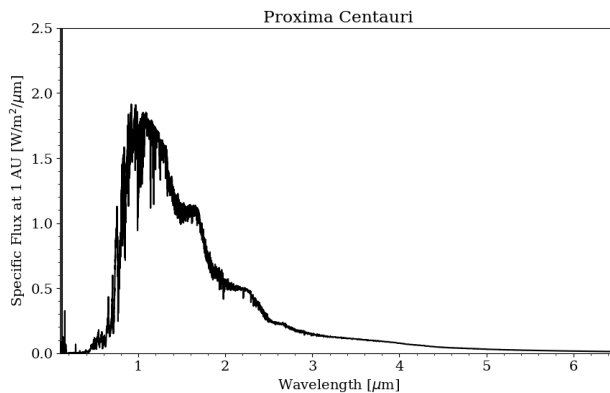
Vi sätter in solens massa och avståndet till Pluto i Keplers tredje lag:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \iff T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} a^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G \cdot 1,989 \cdot 10^{30}} (5906,4 \cdot 10^9)^3} = 7,8 \cdot 10^9 \text{ s} = 248 \text{ år}$$

Alltså får vi omloppstiden av Pluto blir 248 år. Om vi antar att Plutos befolkning firar midsommar när det är som varmest kommer detta inträffa en gång vart 248:e år.

5. Vår svagaste granne

Vår närmast belägna stjärna, proxima centauri, är så svag att den inte är synlig med blotta ögat. Figur 1 är stjärnspektrat från denna stjärna. Vilken spektralklass är den?



Figur 1: Stjärnspektra från Proxima Centauri

Lösning 5.

Från diagrammet utläses $\lambda_{max} = 1,0\mu\text{m}$. Utifrån detta används Wiens förskjutningslag för att finnas temperaturen:

$$\lambda_{max}T = 2,898 \text{ mm K} \iff T = \frac{2,898 \text{ mm K}}{1,0\mu\text{m}} = 2900\text{K}.$$

Alltså får vi att Proxima Centauris yttemperatur blir 2900 Kelvin. I HR-diagrammet i figur 4 ser vi att detta motsvarar spektralklass M.

6. Solars inre

Ge en enkel beskrivning av den interna strukturen i solen och förklara hur detta skiljer sig från tyngre huvudseriestjärnor.

Lösning 6.

I solen finns en kärna med aktiv fusion, en radiativ zon där värme främst färdas med strålning och sist en konvektiv zon där värme främst flödar genom massflöde. I tyngre huvudseriestjärnor har de konvektiva och radiativa zonerna bytt plats.

7. Solars kärnor

Antag att all fusion i solen sker direkt i formen av



Hur många reaktioner sker i solen per sekund?

Lösning 7.

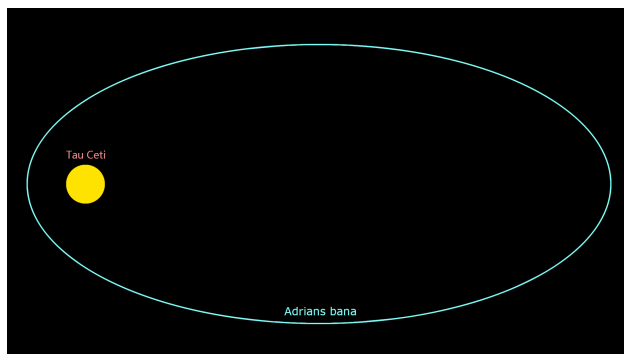
I varje reaktion frigörs $23,85\text{MeV} = 3,821 \cdot 10^{-12}\text{J}$ energi. Varje sekund strålar solen $3,826 \cdot 10^{26}\text{J}$ energi i form av fotoner som vi uppfattar som dess luminositet. Kvoten av dessa blir antalet, alltså

$$N = \frac{3,826 \cdot 10^{26}\text{J}}{3,821 \cdot 10^{-12}\text{J}} = 1,001 \cdot 10^{38}.$$

Det pågår alltså $1,001 \cdot 10^{38}$ reaktioner i solen per sekund med denna modell.

8. Solars rörelse

Stjärnan Tau Ceti har endast en planet, Adrian, i omloppsbanan kring sig. Adrian har hög excentricitet vilket ger den formen i Figur 2. Från jorden observerar vi att Tau Ceti rör sig kring en mittpunkt med varierande hastighet och riktning på grund av sin planet. Var på omloppsbanan är Adrian när Tau Ceti har sin högsta hastighet? Motivera!



Figur 2: Adrians bana runt Tau Ceti

Lösning 8.

Tau Ceti och Adrian befinner sig alltid i motsatta delar av sina respektive omloppsbanor. För att det ska funka måste Tau Ceti åka som snabbast när Adrian åker som snabbast. Alltså sker detta när Adrian är närmast Tau Ceti enligt Keplers andra lag.

9. Rymdsignaler

Ett av de frekvensband som används för ESAs nya satellitnavigationssystem GALILEO är 1575 MHz. Vad är våglängden av detta ljus? Är det mer eller mindre energirikt än synligt ljus?

Lösning 9.

Vi sätter in frekvensen i lagen för frekvens och våglängd i ljus enligt

$$\lambda f = c \iff \lambda = \frac{c}{f} = \frac{299792458 \text{ m s}^{-1}}{1575 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 0,1903 \text{ m}.$$

Alltså blir våglängden 19,03 cm. Eftersom våglängden är längre och frekvensen lägre än synligt ljus ($\lambda = 400 \text{ nm} - 700 \text{ nm}$) är energin lägre. Energin i fotoner är proportionell mot dess frekvens.

Långa frågor (6p)

10. Vår största granne

Andromeda är 3 grader i diameter på stjärnhimlen och har den apparenta magnituden 3,44. Astronomer har beräknat den absoluta magnituden till -21,0. Vilken diameter har Andromeda i kpc?

Lösning 10.

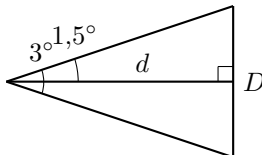
Vi sätter in apparent och absolut magnitud i avståndsmodulen enligt

$$m - M = 5 \lg \frac{d}{10 \text{ pc}} \iff d = 10 \text{ pc} \cdot 10^{\frac{m-M}{5}} = 10 \text{ pc} \cdot 10^{\frac{3,44 - (-21,0)}{5}} = 773 \text{ kpc}.$$

Alltså är avståndet till Andromeda 773 kpc. Vi ritar därefter upp en triangel enligt nedan och finner att

$$\tan 1,5^\circ = \frac{D/2}{773\text{kpc}} \iff D = 2 \cdot \tan 1,5^\circ \cdot 773\text{kpc} = 40\text{kpc}.$$

Alltså är Andromedas diameter ca 40 kpc.



11. Halleys Komet

Halleys komet kommer närmast 0,59 AU till solen. När den är som längst borta är den 35 AU från solen. Hur ofta kommer Halleys komet in i det inre solsystemet?

Lösning 11.

Från en enkel sketch av systemet ser vi att höjden vid perihelion och apihelion tillsammans blir hela halvaxeln. Från detta finner vi att $a = \frac{0,59+35}{2}\text{au} = 18\text{AU}$. Med insättning i Keplers tredje lag får vi

$$T^2 = \frac{a^3}{M} \iff T = \sqrt{\frac{a^3}{M}} = \sqrt{\frac{18^3}{1}} = 75\text{år}.$$

Alltså får vi att Halleys komet besöker oss vart 75:e år.

12. Alien planet

En huvudseriestjärna har fått sin maximala utstrålade våglängd mätt till 190nm. Uppskatta på vilket avstånd till stjärnan du hade behövt befinna dig för att uppleva samma ljusstyrka som vi upplever från solen på jorden. Svara i astronomiska enheter.

Lösning 12.

Vi sätter in den maximala våglängden i Wiens förskjutningslag enligt

$$\lambda_{max}T = 2,898 \text{ mm K} \iff T = \frac{2,898 \text{ mm K}}{190\text{nm}} = 15000\text{K}.$$

Eftersom vi vet att stjärnan ligger på huvudserien kan vi se att stjärnan borde ha en luminositet på ca $100L_\odot$. Eftersom flux avtar med kvadraten av avståndet innebär detta att planeten måste var 10 gånger längre från sin stjärna än jorden är till solen, alltså 10 AU.

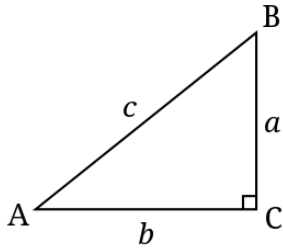
Givna solsystemsdata, värden och formler

Himlakropp	Diameter (km)	Avstånd från solen (10^6 km)	Massa (kg)
Solen	$1,393 \cdot 10^6$	—	$1,989 \cdot 10^{30}$
Merkurius	4879,4	57,9	$3,301 \cdot 10^{23}$
Venus	12104	108,2	$4,868 \cdot 10^{24}$
Jorden	12756	149,597870	$5,972 \cdot 10^{24}$
Mars	6779	227,9	$6,417 \cdot 10^{23}$
Jupiter	142800	778,3	$1,898 \cdot 10^{27}$
Saturnus	120660	1427,0	$5,681 \cdot 10^{26}$
Uranus	51118	2871,0	$8,681 \cdot 10^{25}$
Neptunus	49528	4497,1	$1,024 \cdot 10^{26}$
Pluto	2376,6	5906,4	$1,309 \cdot 10^{22}$

Tabell 1: Grundläggande data om solsystemet.

Namn	Värde	Enhet
Newtons gravitationskonstant (G)	$6,67408 \cdot 10^{-11}$	$\text{N m}^2 \text{kg}^{-2}$
Hubbles konstant (H_0)	70	$\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$
Solarkonstanten (G_{SC})	1360	W m^{-2}
Solens luminositet (L_{\odot})	$3,826 \cdot 10^{26}$	W
Solens yttemperatur (T_{\odot})	5777	K
Absolut magnitud av solen	4,83	mag
Apparent magnitud av solen	-26,74	mag
Ljusets hastighet i vakuum (c)	299792458	m s^{-1}
Ljusår (ly)	$9,461 \cdot 10^{12}$	km
Parsec (pc)	206265	Astronomiska enheter (AU)
Dalton (Da, u, amu)	$1,661 \cdot 10^{-27}$	kg
Elektronvolt (eV)	$1,60217663 \cdot 10^{-19}$	J
Siderisk dag	23,9344696	h
Julianskt år	365,25	dagar (24h)
Peak M_V för typ 1a supernova	-19,3	mag

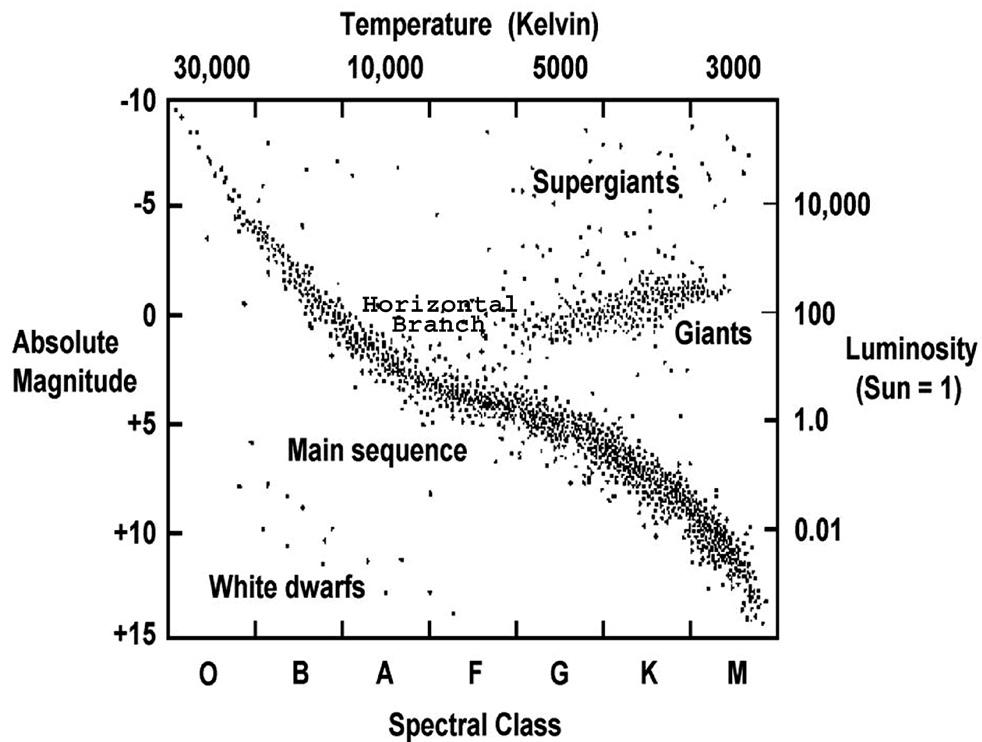
Tabell 2: Fysikaliska värden.



Figur 3: Rätvinklig triangel för definition av trigonometriska formler

Namn	Formel
Newtons gravitationslag	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
Keplers tredje lag	$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$
Luminositet och flux	$F = \frac{L}{4\pi r^2}$
Magnitud och flux	$m_1 - m_2 = -2,5 \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right)$
Avståndsmodulen	$m - M = 5 \log\left(\frac{d}{10}\right)$
Våglängd-Frekvens	$\lambda f = c$
Wiens lag	$\lambda_{max} T = 2,898 \text{ mm K}$
Hubbles lag	$H_0 r = v$
Sinus	$\sin A = \frac{a}{c}$
Cosinus	$\cos A = \frac{b}{c}$
Tangens	$\tan A = \frac{a}{b}$
Tiologaritmen	$10^{\lg a} = \lg 10^a = a$
Logaritmmultiplikation	$\lg a \cdot b = \lg a + \lg b$
Logaritmdivision	$\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b$
Logaritmpotenser	$x \lg a = \lg a^x$

Tabell 3: Fysikaliska och matematiska formler



Figur 4: Ett Hertzsprung-Russel diagram